

Quadratische Funktionen

Aufstellen von Parabelgleichungen

Variante 1a

Von der Parabel p ist der Öffnungsfaktor a und der Scheitelpunkt S gegeben.

gegeben:

a, S

verwendete Form:

Scheitelform

- Die Parabel p mit Öffnungsfaktor $a = -1,5$ hat den Scheitelpunkt $S(-2|1,5)$. Ermitteln Sie die Gleichung der Parabel in der allgemeinen Form.

$$[y = -1,5x^2 - 6x - 4,5]$$

$$\begin{aligned} \text{a und S in } y &= a \cdot (x - x_s)^2 + y_s: & y &= -1,5 \cdot (x + 2)^2 + 1,5 \\ &\text{BF ausrechnen} & y &= -1,5 \cdot (x^2 + 4x + 4) + 1,5 \\ &&&\quad \swarrow -6 \quad \searrow +1,5 \\ &\text{DG anwenden} & y &= -1,5x^2 - 6x - 4,5 \end{aligned}$$

- Die Parabel p mit Öffnungsfaktor $a = -0,5$ hat den Scheitelpunkt $S(2|-3)$. Ermitteln Sie die Gleichung der Parabel in der allgemeinen Form.

$$[y = -0,5x^2 + 2x - 5]$$

$$\begin{aligned} \text{a und S in } y &= a \cdot (x - x_s)^2 + y_s: & y &= -0,5 \cdot (x - 2)^2 - 3 \\ &\text{BF ausrechnen} & y &= -0,5 \cdot (x^2 - 4x + 4) - 3 \\ &&&\quad \swarrow -2 \quad \searrow -3 \\ &\text{DG anwenden} & y &= -0,5x^2 + 2x - 5 \end{aligned}$$

Variante 1b

Von der Parabel p ist der Scheitelpunkt S und ein weiterer Punkt P, durch den die Parabel verläuft, gegeben.

gegeben:

S, P

verwendete Form:

Scheitelform

- Die Parabel p mit dem Scheitelpunkt $S(-2|-1)$ verläuft durch den Punkt $P(-5|-5,5)$. Ermitteln Sie die Gleichung der Parabel in der Scheitelform.

$$[a = -0,5]$$

$$\begin{aligned} \text{S in } y &= a \cdot (x - x_s)^2 + y_s: & y &= a \cdot (x + 2)^2 - 1 \\ &\text{P einsetzen:} & -5,5 &= a \cdot (-5 + 2)^2 - 1 & |+1 \\ && -4,5 &= a \cdot 9 & |:9 \\ && a &= -0,5 & \Rightarrow y = -0,5 \cdot (x + 2)^2 - 1 \end{aligned}$$

- Die Parabel p mit der Symmetrieachse $x = 2$ und der Wertemenge $W = [6; -\infty[$ verläuft durch den Punkt $P(-3|1)$. Ermitteln Sie die Gleichung der Parabel.

$$[a = -0,2]$$

$$\begin{aligned} \text{S in } y &= a \cdot (x - x_s)^2 + y_s: & y &= a \cdot (x - 2)^2 + 6 \\ &\text{P einsetzen:} & 1 &= a \cdot (-3 - 2)^2 + 6 & |-6 \\ && -5 &= a \cdot 25 & |:25 \\ && a &= -0,2 & \Rightarrow y = -0,2 \cdot (x - 2)^2 + 6 \end{aligned}$$

Variante 2

Von der Parabel p ist der Öffnungsfaktor a sowie zwei Punkte A und B, durch die die Parabel verläuft, gegeben.

gegeben:

a, A, B

verwendete Form:

allgemeine Form

1. Eine Parabel mit Öffnungsfaktor $a = 0,5$ verläuft durch die Punkte P(0|2,5) und Q(5|0). Ermitteln Sie rechnerisch die Gleichung der Parabel. $[y = 0,5x^2 - 3x + 2,5]$

$$a, P \text{ in } y = ax^2 + bx + c : \quad 2,5 = 0,5 \cdot 0^2 + b \cdot 0 + c$$

$$\underline{c = 2,5} \quad (1)$$

$$a, Q \text{ in } y = ax^2 + bx + c : \quad 0 = 0,5 \cdot 5^2 + b \cdot 5 + c$$

$$0 = 12,5 + 5b + c \quad (2)$$

c in (2):

$$0 = 12,5 + 5b + 2,5 \quad | -12,5 - 2,5$$

$$-15 = 5b \quad | : 5$$

$$\underline{b = -3}$$

$$\Rightarrow p: \underline{\underline{y = 0,5x^2 - 3x + 2,5}}$$

2. Eine Parabel mit Öffnungsfaktor $a = -2$ verläuft durch die Punkte P(-1|-5) und Q(2|1). Ermitteln Sie rechnerisch die Koeffizienten b und c. $[b = 4; c = 1]$

$$a, P \text{ in } y = ax^2 + bx + c : \quad -5 = -2 \cdot (-1)^2 + b \cdot (-1) + c$$

$$-5 = -2 - b + c \quad | +2 + b$$

$$c = -3 + b \quad (1)$$

$$a, Q \text{ in } y = ax^2 + bx + c : \quad 1 = -2 \cdot 2^2 + b \cdot 2 + c$$

$$1 = -8 + 2b + c \quad | +8 - 2b$$

$$c = 9 - 2b \quad (2)$$

$$GV(1) = (2) : \quad -3 + b = 9 - 2b \quad | +3 + 2b$$

$$3b = 12 \quad | : 3$$

$$\underline{b = 4}$$

b in (1):

$$c = -3 + 4$$

$$\underline{c = 1}$$

$$a=1$$

$$A(-1|0) \quad B(5|0)$$

3. Eine nach oben geöffnete Normalparabel hat als Nullstellen $x_1 = -1$ und $x_2 = 5$. Ermitteln Sie die Gleichung der Parabel.

$$[y = x^2 - 4x - 5]$$

$$\begin{aligned} a, A \text{ in } y = ax^2 + bx + c: \quad 0 &= 1 \cdot (-1)^2 + b \cdot (-1) + c \\ 0 &= 1 - b + c \quad | -1 + b \\ c &= -1 + b \quad (1) \end{aligned}$$
$$\begin{aligned} a, B \text{ in } y = ax^2 + bx + c: \quad 0 &= 1 \cdot 5^2 + b \cdot 5 + c \\ 0 &= 25 + 5b + c \quad | -25 - 5b \\ c &= -25 - 5b \quad (2) \end{aligned}$$
$$\begin{aligned} GV (1) = (2): \quad -1 + b &= -25 - 5b \quad | +5b + 1 \\ 6b &= -24 \quad | : 6 \\ b &= -4 \end{aligned}$$
$$\begin{aligned} b \text{ in (1):} \quad c &= -1 - 4 \\ c &= -5 \end{aligned}$$
$$\Rightarrow p: y = x^2 - 4x - 5$$

4. Durch die Punkte $P(6|1)$ und $Q(0|-2)$ verläuft eine nach unten geöffnete, gestauchte Parabel p mit der Gleichung $p: y = ax^2 + 2x + c$. Ermitteln Sie die Koeffizienten a und c .

$$[a = -0,25; c = -2]$$

$$\begin{aligned} P \text{ in } y = ax^2 + 2x + c: \quad 1 &= a \cdot 6^2 + 2 \cdot 6 + c \\ 1 &= 36a + 12 + c \quad | -12 - 36a \\ -11 - 36a &= c \quad (1) \end{aligned}$$
$$\begin{aligned} Q \text{ in } y = ax^2 + 2x + c: \quad -2 &= a \cdot 0^2 + 2 \cdot 0 + c \\ c &= -2 \quad (2) \end{aligned}$$
$$\begin{aligned} c \text{ in (1)} \quad -11 - 36a &= -2 \quad | +11 \\ -36a &= 9 \quad | : (-36) \\ a &= -0,25 \end{aligned}$$