

Aufstellen von Parabelgleichungen

Variante 1a

Von der Parabel p ist der Öffnungsfaktor a und der Scheitelpunkt S gegeben.

gegeben:

a, S

verwendete Form:

Scheitelform

1. Die Parabel p mit Öffnungsfaktor $a = -1,5$ hat den Scheitelpunkt $S(-2|1,5)$. Ermitteln Sie die Gleichung der Parabel in der allgemeinen Form. $[y = -1,5x^2 - 6x - 4,5]$

a und S in $y = a \cdot (x - x_s)^2 + y_s$: $y = -1,5 \cdot (x + 2)^2 + 1,5$

BF ausrechnen $y = -1,5 \cdot (x^2 + 4x + 4) + 1,5$

DG anwenden $y = -1,5x^2 - 6x - 4,5$

2. Die Parabel p mit Öffnungsfaktor $a = -0,5$ hat den Scheitelpunkt $S(2|-3)$. Ermitteln Sie die Gleichung der Parabel in der allgemeinen Form. $[y = -0,5x^2 + 2x - 5]$

a und S in $y = a \cdot (x - x_s)^2 + y_s$: $y = -0,5 \cdot (x - 2)^2 - 3$

BF ausrechnen $y = -0,5 \cdot (x^2 - 4x + 4) - 3$

DG anwenden $y = -0,5x^2 + 2x - 5$

Variante 1b

Von der Parabel p ist der Scheitelpunkt S und ein weiterer Punkt P, durch den die Parabel verläuft, gegeben.

gegeben:

S, P

verwendete Form:

Scheitelform

1. Die Parabel p mit dem Scheitelpunkt $S(-2|-1)$ verläuft durch den Punkt $P(-5|-5,5)$. Ermitteln Sie die Gleichung der Parabel in der Scheitelform. $[a = -0,5]$

S in $y = a \cdot (x - x_s)^2 + y_s$: $y = a \cdot (x + 2)^2 - 1$

P einsetzen: $-5,5 = a \cdot (-5 + 2)^2 - 1$ $|+1$

$-4,5 = a \cdot 9$ $| : 9$

$a = -0,5 \Rightarrow y = -0,5 \cdot (x + 2)^2 - 1$

2. Die Parabel p mit der Symmetrieachse $x = 2$ und der Wertemenge $\mathbb{W} = [6; \infty[$ verläuft durch den Punkt $P(-3|1)$. Ermitteln Sie die Gleichung der Parabel. $[a = -0,2]$

S in $y = a \cdot (x - x_s)^2 + y_s$: $y = a \cdot (x - 2)^2 + 6$

P einsetzen: $1 = a \cdot (-3 - 2)^2 + 6$ $| - 6$

$-5 = a \cdot 25$ $| : 25$

$a = -0,2 \Rightarrow y = -0,2 \cdot (x - 2)^2 + 6$

Variante 2

Von der Parabel p ist der Öffnungsfaktor a sowie zwei Punkte A und B , durch die die Parabel verläuft, gegeben.

gegeben:

a, A, B

verwendete Form:

allgemeine Form

1. Eine Parabel mit Öffnungsfaktor $a = 0,5$ verläuft durch die Punkte $P(0|2,5)$ und $Q(5|0)$. Ermitteln Sie rechnerisch die Gleichung der Parabel.

$$[y = 0,5x^2 - 3x + 2,5]$$

$$\begin{aligned} a, P \text{ in } y = ax^2 + bx + c: & \quad 2,5 = 0,5 \cdot 0^2 + b \cdot 0 + c \\ & \quad \underline{c = 2,5} \quad (1) \\ a, Q \text{ in } y = ax^2 + bx + c: & \quad 0 = 0,5 \cdot 5^2 + b \cdot 5 + c \\ & \quad 0 = 12,5 + 5b + c \quad (2) \\ c \text{ in } (2): & \quad 0 = 12,5 + 5b + 2,5 \quad | -12,5 - 2,5 \\ & \quad -15 = 5b \quad | :5 \\ & \quad \underline{b = -3} \\ \Rightarrow p: & \quad \underline{y = 0,5x^2 - 3x + 2,5} \end{aligned}$$

2. Eine Parabel mit Öffnungsfaktor $a = -2$ verläuft durch die Punkte $P(-1|-5)$ und $Q(2|1)$. Ermitteln Sie rechnerisch die Koeffizienten b und c .

$$[b = 4; c = 1]$$

$$\begin{aligned} a, P \text{ in } y = ax^2 + bx + c: & \quad -5 = -2 \cdot (-1)^2 + b(-1) + c \\ & \quad -5 = -2 - b + c \quad | +2 + b \\ & \quad c = -3 + b \quad (1) \\ a, Q \text{ in } y = ax^2 + bx + c: & \quad 1 = -2 \cdot 2^2 + b \cdot 2 + c \\ & \quad 1 = -8 + 2b + c \quad | +8 - 2b \\ & \quad c = 9 - 2b \quad (2) \\ GV (1) = (2): & \quad -3 + b = 9 - 2b \quad | +3 + 2b \\ & \quad 3b = 12 \quad | :3 \\ & \quad \underline{b = 4} \\ b \text{ in } (1): & \quad c = -3 + 4 \\ & \quad \underline{c = 1} \end{aligned}$$

$$a=1$$

$$A(-1|0) \quad B(5|0)$$

3. Eine nach oben geöffnete Normalparabel hat als Nullstellen $x_1 = -1$ und $x_2 = 5$. Ermitteln Sie die Gleichung der Parabel. [y = x^2 - 4x - 5]

$$\begin{aligned} a, A \text{ in } y = ax^2 + bx + c: \quad & 0 = 1 \cdot (-1)^2 + b \cdot (-1) + c \\ & 0 = 1 - b + c \quad | -1 + b \\ & c = -1 + b \quad (1) \\ a, B \text{ in } y = ax^2 + bx + c: \quad & 0 = 1 \cdot 5^2 + b \cdot 5 + c \\ & 0 = 25 + 5b + c \quad | -25 - 5b \\ & c = -25 - 5b \quad (2) \\ \text{GV (1) = (2):} \quad & -1 + b = -25 - 5b \quad | +5b + 1 \\ & 6b = -24 \quad | : 6 \\ & \underline{b = -4} \\ b \text{ in (1):} \quad & c = -1 - 4 \\ & \underline{c = -5} \\ \Rightarrow p: \underline{y = x^2 - 4x - 5} \end{aligned}$$

4. Durch die Punkte $P(6|1)$ und $Q(0|-2)$ verläuft eine nach unten geöffnete, gestauchte Parabel p mit der Gleichung p: $y = ax^2 + 2x + c$. Ermitteln Sie die Koeffizienten a und c. [a = -0,25; c = -2]

$$\begin{aligned} P \text{ in } y = ax^2 + 2x + c: \quad & 1 = a \cdot 6^2 + 2 \cdot 6 + c \\ & 1 = 36a + 12 + c \quad | -12 - 36a \\ & -11 - 36a = c \quad (1) \\ Q \text{ in } y = ax^2 + 2x + c: \quad & -2 = a \cdot 0^2 + 2 \cdot 0 + c \\ & \underline{c = -2} \quad (2) \\ c \text{ in (1)} \quad & -11 - 36a = -2 \quad | +11 \\ & -36a = 9 \quad | : (-36) \\ & \underline{a = -0,25} \end{aligned}$$